**TỔNG HỢP CÁC BÀI TOÁN VỀ TỔ HỢP**

**--------------------------------------------**

**PHẦN I. MỘT SỐ BÀI TOÁN MỞ ĐẦU**

***(Kết quả của các bài toán này được sử dụng cho phần II, III)***

**Bài 1**. Chứng minh rằng với mọi số tự nhiên n ≥ 1 thì

a/

b/

***Lời giải***

Với n ∈ N\* ta có:

 (\*)

a/ Thay x = 1 vào (\*) 🡪

b/ Thay x = 2 vào (\*) 🡪

**Bài 2**. Cho , chứng minh rằng:

a/

b/

***Lời giải***

a/ Với mọi ta có:

 (\*)

Thay x = 1 vào (\*) ta được

 (1)

Thay x = -1 vào (\*) ta được

 (2)

Lấy (1) + (2) theo vế ta được

⇔ (đpcm)

b/ Từ (2) ta có:

🡪 (đpcm)

**Bài 3**. Chứng minh răng với mọi n, k và n ≥ k ≥ 1 thì

a/ (ứng với đạo hàm cấp 1)

b/ = n(n-1) (ứng với đạo hàm cấp 2)

***Lời giải***

a/ Ta có:

 (đpcm)

b/ Ta có:

**Bài 4**. Cho Chứng minh rằng:

 (ứng với tích phân)

***Lời giải***

Thật vậy, với và thì

 (đpcm)

**Bài 5**. Cho Chứng minh rằng:

***Lời giải***

Với giả thiết ta có:

+) Tìm hệ số của trong khai triển

Ta có:

Ta thấy lũy thừa của x trong khai triển là: i + j

Các số tự nhiên i, j phải thỏa mãn phương trình: i + j = k với

với i, j thỏa mãn phương trình trên ta có hệ số của xk trong khai triển

 là:

+) Mặt khác hệ số của xk trong khai triển là

Vậy (đpcm)

**PHẦN II:**

**BÀI TOÁN TỔ HỢP CÓ LIÊN QUAN ĐẾN ĐẠO HÀM VÀ TÍCH PHÂN**

**Bài 1**. Chứng minh rằng:

 (với n ∈N\*)

***Lời giải***

***Cách 1:*** Ta đã có: với

và

áp dụng:

+

.

.

.

 (đpcm)

***Cách 2:***

Với n ∈ n\* ta có:

 (\*)

Lấy đạo hàm hai vế của (\*) ta được

 (\*\*)

Thay x= 1 vào (\*\*) ta có:

 (đpcm)

***Cách 3:***

áp dụng tính chất với k = 0, 1, …, n ta được

🡪

🡪

⇔ (đpcm)

**Bài 2**. Chứng minh rằng: với ∀n ∈ N\*

***Lời giải***

***Cách 1:***

Ta đã biết với

áp dụng ta được:

+

.

.

.

 (đpcm)

***Cách 2:***

Ta đã biết:

 (n ∈ N\*)

🡪

⇔

⇔

**Bài 3**. Tính với n ∈ N\*

***Cách 1:***

áp dụng các kết quả sau:

Ta có:

+

.

.

.

***Cách 2:***

Ta có:

 (1)

Lấy đạo hàm hai vế của đẳng thức (1) ta được:

 (2)

Cho x = 2 vào (2) ta được:

Vậy

**Bài 4**: Chứng minh rằng:

 với n ∈ N\*

***Lời giải***

***Cách 1***: áp dụng kết quả: ta có:

+

.

.

.

 (đpcm)

***Cách 2:*** Với n ∈ N\* ta có:

🡪

⇔

⇔ (đpcm)

**Bài 5**. Tính tổng

***Lời giải***

***Cách 1:*** áp dụng kết quả và

Ta được:

+

.

.

.

***Cách 2:*** Ta có khai triển

 (1)

Lấy đạo hàm hai vế của đẳng thức (1) ta được:

 (2)

Thay x = 1 vào (2) ta được:

Thay x = -1 vào (2) ta được:

Cộng hai hằng đẳng thức theo vế ta được:

⇔

**Bài 6:** Với n ∈ N\* , Chứng minh rằng

***Lời giải***

***Cách 1:***

áp dụng công thức: Ta được:

+

.

.

.

***Cách 2:***

Ta có:

🡪

⇔

⇔ (1)

Tương tự ta có:

⇔ (2)

Lấy (1) trừ (2) theo vế ta được:

⇔ (đpcm)

**Bài 7**. Tính tổng với

***Lời giải***

***Cách 1***: áp dụng kết quả Ta được:

+

.

.

.

***Cách 2:***

Ta có: (\*)

Lấy đạo hàm hai vế của đẳng thức (\*) ta được:

 (\*\*)

Tiếp tục lấy đạo hàm hai vế của đẳng thức (\*\*) ta được:

Cho x = 1 vào đẳng thức cuối ta được:

🡪

**PHẦN III:**

**MỘT SỐ BÀI TOÁN ỨNG DỤNG KHÁC VÀ BÀI TẬP TƯƠNG TỰ**

**Bài 1**. Cho n ∈ N\* , Chứng minh rằng:

 (1)

***Lời giải*** Theo bài 5 phần I ta có:

⇔

Sử dụng công thức: Ta được:

+

.

.

.

VT (1) =

**Bài 2**: Cho n ∈ N\* , Chứng minh rằng:

 (2)

***Lời giải***

Theo bài 5 phần I thì

 Mặt khác:

+

.

.

.

VT (2) = (đpcm)

**Bài 3**. Cho Chứng minh rằng:

 (\*)

***Lời giải***

Theo bài 5 phần I ta có:

Mặt khác ta có:

🡪

.

+

.

.

VT (\*) = (đpcm)

**Bài 4**. Cho n ∈ N và n > 1.

Chứng minh rằng với mọi x ∈ R thì ta có:

 (1)

***Lời giải***

Ta có:

🡪

+

.

.

.

VT (1)

 (đpcm)

**Bài 5**. Cho n ∈ N\*, chứng minh rằng:

 (\*)

***Lời giải***

áp dụng công thức ta có:

+

.

.

.

VT (\*)

 (đpcm)

**Một số bài tập tương tự**

**1.** Tính tổng sau:

 (với n ∈ N\*)

**2.** Chứng minh rằng:

 (với n ∈ N\*)

**3.** Tính tổng:

 với

**4.** Chứng minh rằng:

 (với n ∈ N\*)

**5.** Thu gọn tổng sau:

 (với n ∈ N\*)

**6.** Thu gọn tổng sau:

 (với n ∈ N\*)

**7.** Chứng minh rằng:

 (với n ∈ N\*)

**8.** Thu gọn tổng sau:

 (Với )

**9.** Thu gọn tổng sau:

**10.** Thu gọn tổng sau:

 (với n∈N\*)